

# 特征与度量联合优化信息几何检测器

吴昊,程永强\*,杨政,王宏强,黎湘

(国防科技大学电子科学学院,湖南长沙410079)

**摘要:** 目前,信息几何检测器主要采用协方差矩阵特征模型,在矩阵流形上度量待检测单元数据与杂波数据间的差异,以区分目标与杂波,从而实现雷达目标检测。然而,在复杂杂波背景下,雷达回波信号信杂比低,杂波在其中占据主导地位。因此,含有目标回波的雷达回波信号与纯杂波具有统计相似性,该相似性使得二者在矩阵流形上较难区分,从而限制了信息几何检测器的性能优势。为突破特征表示所造成的性能增益限制,本文提出了基于特征与度量联合优化的信息几何检测器。首先设计了特征与度量可调的信息几何检测器灵活框架,并在此基础上基于纽曼-皮尔逊准则建立了特征与度量的联合优化模型,而后利用局部平坦假设与多层感知器,将联合优化模型中的决策变量参数化,并提出了双阶段优化求解方法。基于仿真数据与实测海杂波数据的实验结果表明,该方法检测性能优于现有信息几何检测器等典型目标检测方法,且在目标多普勒接近杂波谱峰时具有较大优势。

**关键词:** 雷达目标检测;信息几何检测器;特征流形;联合优化;特征优化;度量优化

**基金项目:** 湖南省杰出青年基金(No.2022JJ0063);国家自然科学基金(No.61921001);国家重点研发计划(No.2022YFB3902400)

**中图分类号:** TN957.51

**文献标识码:** A

**文章编号:** 0372-2112(2024)06-1977-12

**电子学报URL:** <http://www.ejournal.org.cn>

**DOI:** 10.12263/DZXB.20221340

## Information Geometry Detector Based on Joint Optimization of Feature and Metric

WU Hao, CHENG Yong-qiang\*, YANG Zheng, WANG Hong-qiang, LI Xiang

(College of Electronic Science and Technology, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410079, China)

**Abstract:** Nowadays, information geometry detectors mostly utilized covariance matrix model and measured the difference between the sample data from the cell under test and clutter data on the matrix manifold to distinguish them for radar target detection. However, under complex clutter backgrounds, the received signal with target echoes is clutter-dominated due to the low signal-to-clutter ratio, so the similarity between them in terms of statistics led to the unavailable distinguishability, so the performance advantage of information geometry detector was limited. To break through this limit, this paper proposed the information geometry detector based on a joint optimization of feature and metric. Specifically, this paper first designed the flexible framework of information geometry detector with a changeable signal feature and a metric. Then, on the basis of this framework, the Neyman-Pearson criterion based joint optimization with respect to feature and metric was established. By utilizing the locally flatness hypothesis and multilayer perceptron, the decision variables in the optimization problem were parameterized, and then the two-stage algorithm for this optimization problem was deduced. Based on the simulated data and real-recorded sea clutter data, the experiments show that the superiority of the proposed method than existing information geometry detectors and typical detection methods. Moreover, the experimental results demonstrate that the proposed method possesses the great advantage in slow moving target detection when the target Doppler closes to the peak of the clutter spectrum.

**Key words:** radar target detection; information geometry detector; feature manifold; joint optimization; feature optimization; metric optimization

Foundation Item(s): Distinguished Youth Science Foundation of Hunan Province (No.2022JJ0063); National Natural Science Foundation of China (No.61921001); Key Research and Development Program of China (No.2022YFB3902400)

## 1 引言

复杂杂波背景下的目标检测是电子信息领域的挑战性难题,其在雷达、声呐以及通信等领域都具有重大应用需求.现今常用的目标检测方法,如广义似然比、自适应匹配滤波等方法<sup>[1-6]</sup>,都使用协方差矩阵模型对杂波特性进行统计表征.该类算法的检测性能通常受协方差矩阵估计性能的影响较大,而精准的协方差矩阵估计值通常需要有大量的同质杂波样本数据.然而,在复杂杂波背景下,杂波具有非均匀特性,导致可以获得同质杂波样本数据数量较少,造成该类方法的检测性能无法满足要求.

信息几何作为结合现代几何学与统计学的数学分支,为解决信号处理问题提供了新型理论工具,在图像处理、信号检测和参数估计等领域具有广泛应用<sup>[7-9]</sup>.信息几何检测器,特别是矩阵信息几何检测器,是基于信息几何理论所提出的目标检测新方法<sup>[10-13]</sup>,其在小样本、少脉冲检测情形下具有较大性能优势<sup>[14-16]</sup>.矩阵信息几何检测器利用协方差矩阵模型表征雷达回波数据的统计特性,而后利用协方差矩阵所构成的矩阵流形,将雷达目标检测问题转换为矩阵流形上的几何问题.因为目标回波与杂波的统计特性差异,二者的协方差矩阵将分布于矩阵流形上的不同区域.矩阵信息几何检测器通过计算待检测单元数据与杂波数据在流形上的距离,判断目标回波的存在性,从而实现雷达目标检测.起初,矩阵信息几何检测器利用基于Fisher度量的黎曼距离,实现目标回波与杂波的距离度量,且在小样本条件下的飞机尾流检测中展现出了较大的性能优势<sup>[17]</sup>.然而,由于Fisher度量-黎曼距离涉及矩阵对数运算,基于该几何测量的矩阵信息几何检测器运算复杂度较高.为解决这一问题,Kullback-Leibler(KL)散度作为Fisher度量-黎曼距离的局部近似被运用于矩阵信息几何检测器中,其不但降低了Fisher度量-黎曼距离的计算量需求,也实现了与之相近的检测性能<sup>[18]</sup>.之后,为弥补KL散度所缺失的距离对称性,对称KL散度、琴生香农散度等信息散度也逐步被运用于矩阵信息几何检测器之中<sup>[19-21]</sup>.为解决杂波样本干扰问题,文献[22,23]从理论层面分析了total-Bregman散度的鲁棒性,并验证了其在杂波样本受干扰时的检测性能.此外,一类基于矩阵最大特征值<sup>[24]</sup>以及谱范数<sup>[25]</sup>的矩阵信息几何检测器也同样展现出了优异的目标检测性能.

协方差矩阵模型蕴含着雷达样本数据的能量、相关性等特性.矩阵信息几何检测器通过度量待检测单

元数据与杂波数据的协方差矩阵差异,可以综合表征二者在能量以及相关性等统计特性上的差异,从而获得稳健、高效的目标检测性能.然而,在复杂杂波背景场景下,雷达回波信号信杂比低,含有目标回波的雷达回波信号与纯杂波的统计特性相近.因此,受限于协方差矩阵的特性表征局限性,矩阵信息几何检测器的检测性能增益将受到限制.为突破协方差矩阵的局限性,需要改善信息几何检测器的特征建模方式,获得当前检测背景下的最优特征表示,以最大化体现目标回波与杂波差异性.为优化信息几何检测器的特征表示方式,现有以下问题亟待解决:(1)研究检测性能与特征表示之间的关系,建立基于检测性能的特征优化模型;(2)在最优化特征表示下,解决几何度量与特征表示之间的适配性问题,充分量化杂波与目标回波在该特征表示下的特性差异.为解决以上问题,本文基于纽曼-皮尔逊(Neyman-Pearson, NP)准则,建立了信息几何检测器的特征与度量联合优化模型,主要贡献如下:

(1)设计了特征与几何度量可调的信息几何检测器灵活框架,并基于该框架推导了检测概率与虚警概率的数学表达式,建立了基于NP准则的特征与度量联合优化模型;

(2)基于局部平坦假设以及多层感知器(Multi-Layer Perceptron, MLP),将联合优化模型中的非参数决策变量转换为参数变量,并提出了针对该优化问题的双阶段优化求解方法;

(3)基于仿真数据与实测海杂波数据对所提方法的检测性能进行了验证,并基于实验结果分析了所提方法在目标多普勒接近杂波谱峰时的优势.

本文后续内容安排如下:第2节介绍信号与黎曼度量可调的信息几何检测器灵活框架;第3节建立了基于NP准则的特征度量联合优化模型,并提出该优化问题的求解方法;第4节基于仿真数据与实测海杂波数据验证所提方法的有效性;第5节对本文的研究进行小结.

**符号说明:**符号 $(\cdot)^T$ 和 $(\cdot)^H$ 分别表示向量或矩阵的转置以及共轭转置. $\text{tr}(\mathbf{A})$ 表示矩阵 $\mathbf{A}$ 的迹. $\mathbf{R}, \mathbf{C}, \mathbf{C}^n$ 和 $\mathbf{R}^{n \times n}$ 分别表示实数域、复数域、 $n$ 维复向量空间以及 $n \times n$ 维实矩阵空间.此外, $\mathbb{E}$ 为数学期望算子, $\mathcal{F}$ 表示离散傅里叶变换, $j$ 为虚数单位.

## 2 信息几何检测器

### 2.1 雷达目标检测信号模型

根据统计信号处理理论,雷达目标检测问题可表示为如下的二元假设检验问题:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_0: & \begin{cases} \mathbf{x}_D = \mathbf{w} \\ \mathbf{x}_k = \mathbf{w}_k \end{cases}, k = 1, \dots, K \\ \mathcal{H}_1: & \begin{cases} \mathbf{x}_D = \alpha \mathbf{p} + \mathbf{w} \\ \mathbf{x}_k = \mathbf{w}_k \end{cases}, k = 1, \dots, K \end{aligned} \quad (1)$$

其中,  $\mathbf{x}_D$  表示待检测单元的样本数据;  $\mathbf{x}_k$  为第  $k$  个参考单元的样本数据;  $K$  为参考单元数;  $\mathbf{w}, \mathbf{w}_k$  分别为待检测单元与参考单元的杂波;  $\mathbf{p}$  是目标的导向向量;  $\alpha$  是与目标回波能量有关的未知复标量. 样本数据  $\mathbf{x}$  与导向向量  $\mathbf{p}$  可表示为如下的列向量:

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in \mathbf{C}^n \\ \mathbf{p} &= \frac{1}{\sqrt{n}} (1, \exp(-j2\pi f_d), \dots, \exp(-j2\pi f_d(n-1)))^T \quad (2) \end{aligned}$$

其中,  $f_d \in [0, 1)$  为归一化多普勒频率;  $n$  为样本数据长度, 即相参处理单元所包含的脉冲数.

### 2.2 特征流形与几何检测

在检测处理过程中, 通常会对样本数据进行特征提取以最大化区分目标与杂波. 不失一般性, 可令映射  $\varphi(\mathbf{x})$  表示样本数据的特征, 其中, 典型的有:

- (1) 能量:  $\varphi_E(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^H \mathbf{x}$ ;
- (2) 频谱:  $\varphi_F(\mathbf{x}) = \mathcal{F}(\mathbf{x})$  ( $\mathcal{F}(\cdot)$  为离散傅里叶变换);
- (3) 协方差矩阵:  $\varphi_C(\mathbf{x}) = \mathbb{E}[\mathbf{x}\mathbf{x}^H] = \mathbf{C}_x$ .

上述协方差矩阵特征可以基于以下方式获得:

$$\mathbf{C}_x = \mathbb{E}[\mathbf{x}\mathbf{x}^H] = \begin{bmatrix} c_0 & c_1 & \dots & c_{n-1} \\ c_1^* & c_0 & \dots & c_{n-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n-1}^* & c_{n-2}^* & \dots & c_0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中,  $(\cdot)^*$  为共轭算子;  $\mathbb{E}[\cdot]$  为数学期望算子;  $c_k = \mathbb{E}[x_i x_{i+k}^*]$  为自相关系数;  $n$  为数据样本长度. 假设样本数据为广义平稳随机过程, 则由该过程各态历经性, 自相关系数可估计为

$$\hat{c}_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n-k} x_i x_{i+k}^*, \quad k = 0, 1, \dots, n-1 \quad (4)$$

从而得到协方差矩阵估计值  $\hat{\mathbf{C}}_x$ . 此外, 原始数据  $\varphi(\mathbf{x}) = \mathbf{x}$  也可视为一类平凡特征. 由于矩阵可向量化表示, 且复数可与二维实向量一一对应, 后文为表述方便将假设特征  $\mathbf{y} = \varphi(\mathbf{x})$  为实向量形式.

令  $\mathcal{M} = \{\mathbf{y} = \varphi(\mathbf{x}) \mid \mathbf{x} \in \mathbf{C}^n\}$  为全体样本数据在特征  $\mathbf{y} = \varphi(\mathbf{x})$  下构成的特征流形, 则在流形  $\mathcal{M}$  上  $\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2$  两点间黎曼距离为

$$\mathcal{D}(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2) = \min_{\gamma} \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{\left\langle \frac{d\gamma}{dt}, \frac{d\gamma}{dt} \right\rangle_{\gamma(t)}} dt \quad (5)$$

其中,  $\gamma(t)$  为流形  $\mathcal{M}$  上满足  $\gamma(t_1) = \mathbf{y}_1, \gamma(t_2) = \mathbf{y}_2$  的任意曲线;  $d\gamma/dt$  为曲线  $\gamma(t)$  的切向量,  $\langle d\gamma/dt, d\gamma/dt \rangle_{\gamma(t)}$  表示点  $\gamma(t)$  处切向量  $d\gamma/dt$  长度的平方. 具体地, 在点  $\mathbf{y}$  处的切空间  $\mathcal{T}_{\mathbf{y}}\mathcal{M}$  上, 任意切向量  $\mathbf{y}' \in \mathcal{T}_{\mathbf{y}}\mathcal{M}$  的长度平方为<sup>[9]</sup>

$$\langle \mathbf{y}', \mathbf{y}' \rangle_{\mathbf{y}} = \mathbf{y}'^T \mathbf{G}(\mathbf{y}) \mathbf{y}' \quad (6)$$

其中,  $\mathbf{G}(\cdot)$  为流形上的度量张量;  $\mathbf{G}(\mathbf{y})$  可视作半正定矩阵.

基于黎曼距离, 信息几何检测器的检测判决式为

$$\mathcal{D}(\mathbf{y}_D, \hat{\mathbf{y}}) \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \eta \quad (7)$$

其中,  $\eta$  为门限值;  $\mathbf{y}_D = \varphi(\mathbf{x}_D)$  为待检测单元样本数据特征;  $\hat{\mathbf{y}}$  为参考单元样本数据特征  $\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_K$  的几何中心. 几何中心  $\hat{\mathbf{y}}$  可由下式确定:

$$\hat{\mathbf{y}} = \arg \min_{\mathbf{y}} \sum_{k=1}^K \mathcal{D}^2(\mathbf{y}_k, \mathbf{y}) \quad (8)$$

## 3 特征与度量联合优化

对于信息几何检测器, 影响检测性能的关键因素在于特征以及度量的选取. 本文所提方法将摒弃对于特征与度量的经验选取方式, 通过建立优化模型求得当前检测背景下的最优特征与度量. 本节将基于纽曼-皮尔逊(NP)准则, 提出特征与度量的联合优化模型, 获取最优信息几何检测器, 提升目标检测性能.

### 3.1 基于 NP 准则的联合优化模型

由检测判决式(7)、黎曼距离式(5)以及几何中心式(8)可知, 信息几何检测器的检测统计量将由特征映射  $\varphi$  以及度量张量  $\mathbf{G}$  所确定. 因此, 信息几何检测器的检测统计量可表示为函数  $D_{\varphi, \mathbf{G}}(\mathbf{Z})$ , 其中  $\mathbf{Z} = [\mathbf{x}_D, \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_K]$ . 当检测门限为  $\eta$  时, 检测器  $D_{\varphi, \mathbf{G}}$  在数据集  $\{(\mathbf{Z}_1, l_1), (\mathbf{Z}_2, l_2), \dots, (\mathbf{Z}_T, l_T)\}$  下的检测概率与虚警概率分别为

$$P_{\mathcal{H}_1|\mathcal{H}_1}^0(\varphi, \mathbf{G}, \eta) = \sum_{i \in \{1 \leq i \leq T | l_i = 1\}} \mathbb{I}[D_{\varphi, \mathbf{G}}(\mathbf{Z}_i) > \eta] \quad (9)$$

$$P_{\mathcal{H}_1|\mathcal{H}_0}^0(\varphi, \mathbf{G}, \eta) = \sum_{i \in \{1 \leq i \leq T | l_i = 0\}} \mathbb{I}[D_{\varphi, \mathbf{G}}(\mathbf{Z}_i) > \eta] \quad (10)$$

其中,  $T$  为样本总数,  $l_i = 0$  和  $l_i = 1$  分别表示  $\mathbf{x}_i$  为  $\mathcal{H}_0$  和  $\mathcal{H}_1$  样本数据;  $\mathbb{I}[\cdot] = 1$  当且仅当括号内命题为真, 否则  $\mathbb{I}[\cdot] = 0$ . 根据式(9)和式(10), 基于 NP 准则的最优信息几何检测器可建模为如下优化问题:

$$\max_{\varphi, \mathbf{G}, \eta} P_{\mathcal{H}_1|\mathcal{H}_1}^0(\varphi, \mathbf{G}, \eta) \quad \text{s.t.} \quad P_{\mathcal{H}_1|\mathcal{H}_0}^0(\varphi, \mathbf{G}, \eta) \leq \alpha \quad (11)$$

其中,  $\alpha$  为期望的虚警概率.

然而, 优化问题式(11)的目标函数(9)以及约束函数式(10)均为关于检测统计量  $D_{\varphi, \mathbf{G}}(\mathbf{Z}_i)$  以及门限  $\eta$  的不可导函数, 这给后续优化问题的求解带来了较大的困难. 为解决这一问题, 使用 Sigmoid 函数  $f_s$  替换式(9)与式(10)中的  $\mathbb{I}[\cdot]$ , 则检测器  $D_{\varphi, \mathbf{G}}$  的检测概率与虚警概率分别为

$$P_{\mathcal{H}_1|\mathcal{H}_1}(\varphi, \mathbf{G}, \eta) = \sum_{i \in \{1 \leq i \leq T | l_i = 1\}} f_s(\mathcal{A}(D_{\varphi, \mathbf{G}}(\mathbf{Z}_i) - \eta)) \quad (12)$$

$$P_{\mathcal{H}_1|\mathcal{H}_0}(\varphi, \mathbf{G}, \eta) = \sum_{i \in \{1 \leq i \leq \mathcal{T} | l_i = 0\}} f_s(\mathcal{A}(D_{\varphi, \mathbf{G}}(\mathbf{Z}_i) - \eta)) \quad (13)$$

其中,  $\mathcal{A}$  为使得函数  $f_s$  取值尽量逼近 0 或 1 的放大参数, 其取值将在 3.3 节中进行讨论. 此时, 优化问题式(11)将转换为

$$\begin{aligned} \max_{\varphi, \mathbf{G}, \eta} \quad & \sum_{i \in \{1 \leq i \leq \mathcal{T} | l_i = 1\}} f_s(\mathcal{A}(D_{\varphi, \mathbf{G}}(\mathbf{Z}_i) - \eta)) \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{i \in \{1 \leq i \leq \mathcal{T} | l_i = 0\}} f_s(\mathcal{A}(D_{\varphi, \mathbf{G}}(\mathbf{Z}_i) - \eta)) \leq \alpha \end{aligned} \quad (14)$$

虽然目标函数与约束函数已转换为检测统计量  $D_{\varphi, \mathbf{G}}(\mathbf{Z}_i)$  以及门限  $\eta$  的可导函数, 但是在求解优化问题式(14)的过程中仍存在以下问题:

(1) 特征映射  $\varphi$  以及度量张量  $\mathbf{G}$  均为函数, 无法对其进行参数化建模;

(2) 优化问题式(14)为非凸约束优化问题, 无法用梯度下降类方法求解.

在后续内容中, 将围绕上述两个问题的解决方案展开叙述.

### 3.2 局部平坦近似

黎曼距离的计算涉及一个变分问题的求解, 通常无法获得  $\mathcal{D}(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2)$  关于  $\mathbf{G}(\mathbf{y})$  的解析表达式, 从而无法通过优化问题式(14)获得最优度量张量  $\mathbf{G}$ . 为简化度量张量与黎曼距离的复杂关系, 不妨先考虑低信杂比 (SCR) 情形. 当  $\text{SCR} \rightarrow 0$  时,  $\mathbf{y}_D \rightarrow \hat{\mathbf{y}}$ , 此即表明待检测单元特征  $\mathbf{y}_D$  与杂波中心  $\hat{\mathbf{y}}$  同处于一个局部区域中. 假设该局部区域平坦, 即度量张量  $\mathbf{G}(\mathbf{y}) = \mathbf{G}_0$  为常值矩阵, 则  $\mathbf{y}_D$  与  $\hat{\mathbf{y}}$  间的黎曼距离可以近似为

$$\mathcal{D}(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2) = \sqrt{\mathbf{d}\mathbf{y}^T \mathbf{G}_0 \mathbf{d}\mathbf{y}} \quad (15)$$

其中,  $\mathbf{d}\mathbf{y} = \mathbf{y}_D - \hat{\mathbf{y}}$ . 在距离式(15)下, 特征几何中心  $\hat{\mathbf{y}}$  为

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{y}} &= \arg \min_{\mathbf{y}} \sum_{k=1}^K \mathcal{D}^2(\mathbf{y}_k, \mathbf{y}) \\ &= \arg \min_{\mathbf{y}} \sum_{k=1}^K (\mathbf{y}_k - \mathbf{y})^T \mathbf{G}_0 (\mathbf{y}_k - \mathbf{y}) \\ &= \sum_{k=1}^K \mathbf{y}_k \end{aligned} \quad (16)$$

是不依赖于  $\mathbf{G}_0$  的量. 在局部平坦近似下, 优化问题式(14)变换为

$$\begin{aligned} \max_{\varphi, \mathbf{G}_0 \geq \mathbf{0}, \eta} \quad & \sum_{i \in \{1 \leq i \leq \mathcal{T} | l_i = 1\}} f_s(\mathcal{A}(\mathbf{d}\varphi(\mathbf{Z}_i)^T \mathbf{G}_0 \mathbf{d}\varphi(\mathbf{Z}_i) - \eta)) \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{i \in \{1 \leq i \leq \mathcal{T} | l_i = 0\}} f_s(\mathcal{A}(\mathbf{d}\varphi(\mathbf{Z}_i)^T \mathbf{G}_0 \mathbf{d}\varphi(\mathbf{Z}_i) - \eta)) \leq \alpha \end{aligned} \quad (17)$$

其中,  $\mathbf{G}_0 \geq \mathbf{0}$  表示矩阵  $\mathbf{G}_0$  为半正定矩阵. 在优化问题式(17)中, 原优化问题由对函数  $\mathbf{G}$  的优化变为对半正定矩阵  $\mathbf{G}_0$  的优化, 解决了无法用数值化方法对  $\mathbf{G}$  进行优化的问题.

实际上, 由于式(15)为关于  $\mathbf{d}\mathbf{y}$  的单调递增函数, 高信杂比下的黎曼距离  $\mathcal{D}(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2) = \sqrt{\mathbf{d}\mathbf{y}^T \mathbf{G}_0 \mathbf{d}\mathbf{y}}$  将大于其在低信杂比时的值. 此即表明, 在  $\mathcal{H}_1$  假设下, 若  $\mathcal{D}(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2) > \eta$  在低信杂比时以一定概率成立, 则其在高信杂比条件下成立的概率更高, 即在高信杂比下能够更好检测目标.

### 3.3 特征优化模型

在优化问题式(17)中, 决策变量  $\varphi$  为函数, 无法直接对其进行优化. 为解决这一问题, 使用如图 1 所示的多层感知器 (MLP) 模型对特征映射  $\varphi$  进行表征建模, 将对函数变量  $\varphi$  的优化问题, 转化为对 MLP 的权重参数优化问题.

该 MLP 由  $L$  层全连接层构成, 其中每一层均包含  $m$  个节点, 隐含层的激活函数为 ReLU 函数  $f_{\text{relu}}$ . 两相邻层之间为 Batch Normalization (BN) 层, 其可将输入变量归一化为标准正态分布, 用以加速权重参数收敛<sup>[26]</sup>. 将 MLP 中的权重参数表示为  $\mathbf{w}$ , 则特征映射函数可以表示为  $\varphi_{\mathbf{w}}$ . 此时, 优化问题式(17)可以转换为

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{w}, \mathbf{G}_0 \geq \mathbf{0}, \eta} \quad & \sum_{i \in \{1 \leq i \leq \mathcal{T} | l_i = 1\}} f_s(\mathcal{A}(\mathbf{d}\varphi_{\mathbf{w}}(\mathbf{Z}_i)^T \mathbf{G}_0 \mathbf{d}\varphi_{\mathbf{w}}(\mathbf{Z}_i) - \eta)) \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{i \in \{1 \leq i \leq \mathcal{T} | l_i = 0\}} f_s(\mathcal{A}(\mathbf{d}\varphi_{\mathbf{w}}(\mathbf{Z}_i)^T \mathbf{G}_0 \mathbf{d}\varphi_{\mathbf{w}}(\mathbf{Z}_i) - \eta)) \leq \alpha \end{aligned} \quad (18)$$

其中,  $\mathbf{Z}_i = [\mathbf{x}_D^{(i)}, \mathbf{x}_1^{(i)}, \dots, \mathbf{x}_K^{(i)}]$ , 特征差值  $\mathbf{d}\varphi_{\mathbf{w}}(\mathbf{Z}_i)$  为

$$\mathbf{d}\varphi_{\mathbf{w}}(\mathbf{Z}_i) = \varphi_{\mathbf{w}}(\mathbf{x}_D^{(i)}) - \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \varphi_{\mathbf{w}}(\mathbf{x}_k^{(i)}) \quad (19)$$

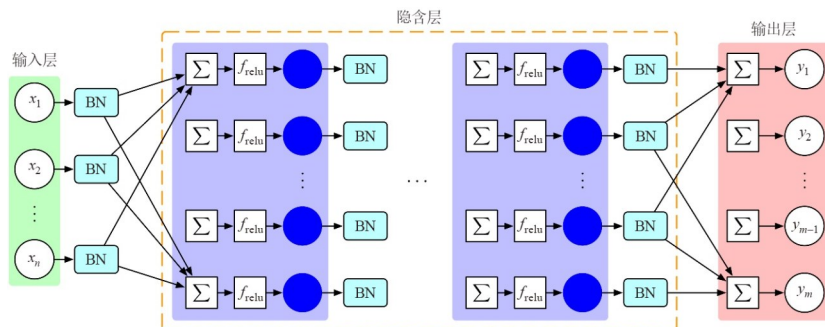


图 1 多层感知器结构

综上,该检测器的总体系统模型如图2所示.在检测器优化阶段,检测器模块中的检测统计量  $\mathbf{d}\mathbf{y}^T \mathbf{G}_0 \mathbf{d}\mathbf{y}$  将输入至优化模块之中,通过计算优化问题式(18)的目标函数与其他相关量,实现检测器参数的优化.当检测器优化完毕后,可以去除优化模块,只利用检测器模块进行检测判决.由于BN层的影响,可将优化模块的BN层输出变量  $T_s$  视为标准正态分布.且门限  $\eta$  的数值范围应与该输入变量相当,不妨也视作标准正态分布随机变量.为使函数  $f_s$  取值尽量逼近0或1,则放大参数  $\mathcal{A}$  应使下列不等式成立,

$$P\{f_s(\mathcal{A}(T_s - \eta)) \geq 1 - \delta_f\} \quad (20)$$

$$\text{or } f_s(\mathcal{A}(T_s - \eta)) \leq \delta_f \geq 1 - \epsilon$$

其中,  $\delta_f, \epsilon$  为充分小正实数,  $P\{\cdot\}$  表示命题为真的概率.令标准正态分布随机变量  $t = (T_s - \eta) / \sqrt{2}$ , 则由函数  $f_s$  的单调性以及等式  $f_s(-x) = 1 - f_s(x)$ , 不等式(20)可以等价变换为

$$P\{\mathcal{A}|T_s - \eta| \geq b_s\} \geq 1 - \epsilon$$

$$\Leftrightarrow P\{\sqrt{2} \mathcal{A}|t| \geq b_s\} \geq 1 - \epsilon \quad (21)$$

$$\Leftrightarrow Q\left(\frac{b_s}{\sqrt{2} \mathcal{A}}\right) \geq \frac{1 - \epsilon}{2}$$

其中,  $Q(\cdot)$  为具有单调递减性的正态分布  $Q$  函数;  $b_s$  为满足  $f_s(b_s) = 1 - \delta_f$  的正实数.根据不等式(21)可得  $\mathcal{A}$  取值范围为

$$\mathcal{A} \geq \frac{b_s}{\sqrt{2} Q^{-1}\left(\frac{1 - \epsilon}{2}\right)} \quad (22)$$

令  $\epsilon = 0.06, b_s = 10 (\delta_f \approx 0.0005)$ , 可得  $\mathcal{A} \geq 94$ . 由于参数  $\mathcal{A}$  过大将降低梯度下降算法收敛速度,后续实验中将该参数设置为  $\mathcal{A} = 94$ .

### 3.4 双阶段优化求解

对于优化问题式(18),其存在两个约束:(1)  $\mathbf{G}_0$  为半正定矩阵;(2) NP 准则的虚警率上界.为去除第一个约束,半正定矩阵  $\mathbf{G}_0$  被分解为  $\mathbf{G}_0 = \mathbf{S}^T \mathbf{S}$ , 其中  $\mathbf{S} \in \mathbf{R}^{m \times m}$  为任意  $m \times m$  维实矩阵.因此,将对半正定矩阵  $\mathbf{G}_0$  的决策优化转换为对矩阵  $\mathbf{S}$  的决策优化,可去除第一个约束.由于 NP 准则的虚警率约束较难忽略,因此考虑借助于其他优化问题进行等效替换.实际上,神经网络的万能逼近定理表明:当隐含层数量足够多时,MLP 可逼近任意连续函数<sup>[27]</sup>.由于检测器  $D_{w,s}(\mathbf{Z})$  中的特征映射  $\varphi_w$  采用 MLP 模型实现,因此可假设  $D_{w,s}(\mathbf{Z})$  可逼近任意连续函数.由统计信号处理理论可知:当检测器  $D_{w,s}(\mathbf{Z})$  可逼近任意连续函数时, NP 准则下的最优检测器为下列对数似然比形式:

$$D_{w,s}^*(\mathbf{Z}) = \ln \frac{p(\mathbf{Z}; \mathcal{H}_1)}{p(\mathbf{Z}; \mathcal{H}_0)} \quad (23)$$

其中,  $p(\mathbf{Z}; \mathcal{H}_1), p(\mathbf{Z}; \mathcal{H}_0)$  分别为  $\mathbf{Z}$  在  $\mathcal{H}_1, \mathcal{H}_0$  假设下的概率密度函数.对于指数损失函数

$$\mathcal{L} = \sum_{i=1}^T \exp\left(-2(D_{w,s}(\mathbf{Z}_i) - \eta)\left(l_i - \frac{1}{2}\right)\right) \quad (24)$$

当  $l_i = 0$  时,  $D_{w,s}(\mathbf{Z}_i)$  越小指数项  $\exp(-2 \times (D_{w,s}(\mathbf{Z}_i) - \eta)(l_i - 1/2))$  值越小;而当  $l_i = 1$  时,  $D_{w,s}(\mathbf{Z}_i)$  越大指数项  $\exp(-2 \times (D_{w,s}(\mathbf{Z}_i) - \eta)(l_i - 1/2))$  值越小.因此,通过最小化  $\mathcal{L}$ , 可以使得检测器  $D_{w,s}$  对于  $\mathcal{H}_1$  样本

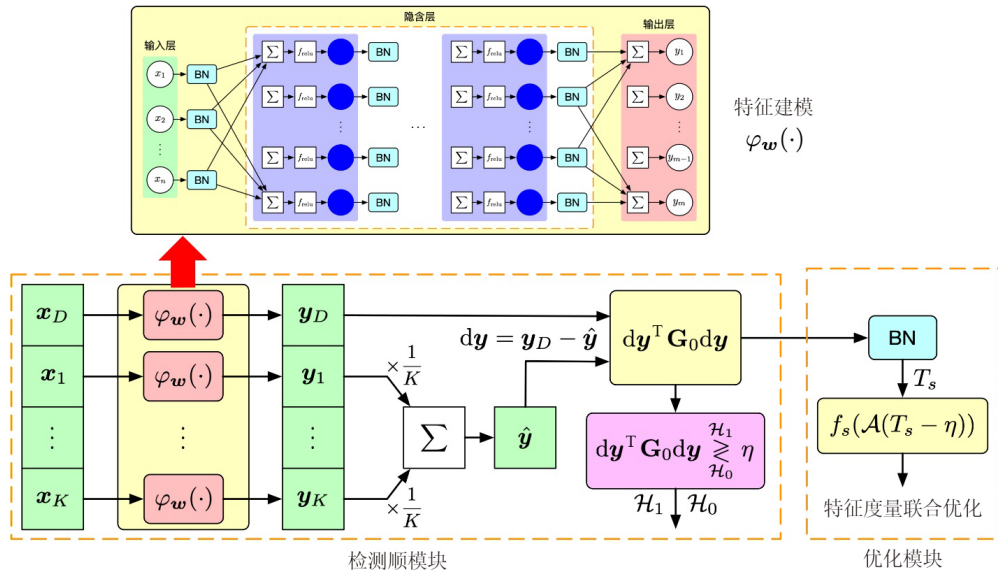


图2 所提检测器系统模型

数据输出较大值,而对于 $\mathcal{H}_0$ 样本数据输出较小值.此外,当数据集规模足够大时,样本分布逼近真实概率分布,优化问题 $\min \mathcal{L}$ 可以表示为

$$\min_{D(\mathbf{Z})} \mathbb{E} \left\{ \exp \left[ -2(D_{w,s}(\mathbf{Z}) - \eta) \left( l - \frac{1}{2} \right) \right] \right\} \quad (25)$$

令 $p(\mathbf{Z}; \mathcal{H}_1)$ 和 $p(\mathbf{Z}; \mathcal{H}_0)$ 分别为 $\mathbf{Z}$ 在 $\mathcal{H}_1$ 和 $\mathcal{H}_0$ 下的概率密度函数, $P(\mathcal{H}_1)$ 和 $P(\mathcal{H}_0)$ 为 $\mathcal{H}_1$ 和 $\mathcal{H}_0$ 的概率,则优化式(25)可以表示为

$$\min_{D_{w,s}(\mathbf{Z})} \int_{\mathcal{M}} e^{-D_{w,s}(\mathbf{Z}) - \eta} p(\mathbf{Z}|\mathcal{H}_1)P(\mathcal{H}_1) + e^{D_{w,s}(\mathbf{Z}) - \eta} p(\mathbf{Z}|\mathcal{H}_0)P(\mathcal{H}_0) d\xi \quad (26)$$

令优化式(26)最优,可转换为积分内部最优,即

$$D'_{w,s}(\mathbf{Z}) - \eta = \arg \min_t e^{-t} p(\mathbf{Z}|\mathcal{H}_1)P(\mathcal{H}_1) + e^t p(\mathbf{Z}|\mathcal{H}_0)P(\mathcal{H}_0) \quad (27)$$

令

$$f_p(t) = e^{-t} p(\mathbf{Z}|\mathcal{H}_1)P(\mathcal{H}_1) + e^t p(\mathbf{Z}|\mathcal{H}_0)P(\mathcal{H}_0) \quad (28)$$

则可得

$$\frac{df_p(t)}{dt} = -e^{-t} p(\mathbf{Z}|\mathcal{H}_1)P(\mathcal{H}_1) + e^t p(\mathbf{Z}|\mathcal{H}_0)P(\mathcal{H}_0) \quad (29)$$

通过令 $df(t)/dt=0$ ,可得

$$t = \frac{1}{2} \left[ \ln \frac{p(\mathbf{Z}|\mathcal{H}_1)}{p(\mathbf{Z}|\mathcal{H}_0)} + \ln \frac{P(\mathcal{H}_1)}{P(\mathcal{H}_0)} \right] \quad (30)$$

即优化问题 $\min \mathcal{L}$ 的理想最优解为

$$D'_{w,s}(\mathbf{Z}) = \frac{1}{2} \left[ \ln \frac{p(\mathbf{Z}|\mathcal{H}_1)}{p(\mathbf{Z}|\mathcal{H}_0)} + \ln \frac{P(\mathcal{H}_1)}{P(\mathcal{H}_0)} \right] + \eta \quad (31)$$

同样具有对数似然形式.比较式(31)与式(23)可得

$$D'_{w,s}(\mathbf{Z}) = \frac{1}{2} D^*_{w,s}(\mathbf{Z}) + \frac{1}{2} \ln \frac{p(\mathcal{H}_1)}{p(\mathcal{H}_0)} + \eta \quad (32)$$

两者间为线性关系,因此可通过调整门限值使得 $D'_{w,s}(\mathbf{Z})$ 、 $D^*_{w,s}(\mathbf{Z})$ 具有同等检测性能.此外,已有文献证明<sup>[28]</sup>,使用二分类准则函数对神经网络进行训练后,可通过调整门限使神经网络成为NP准则下最优的检测器.综上所述,若 $D_{w,s}(\mathbf{Z})$ 在某一参数选择下可以逼近似然比函数,数据集规模足够大、样本分布逼近真实概率分布,则求解优化问题 $\min \mathcal{L}$ 所得的 $D^*_{w,s}(\mathbf{Z})$ 将具有似然比形式.之后,通过虚警率调整门限后,可以获得NP准则下的最优检测器.此即表明,上述方法可以避免求解优化问题式(18),近似得到NP准则下的理想最优检测器.综上,可按下列方式获得检测器 $D_{w,s}(\mathbf{Z})$ 中的参数 $w^*$ 、 $S^*$ 、 $\eta^*$ :

(1) 基于指数损失函数,将检测器 $D_{w,s}(\mathbf{Z}_i) = d\phi_w(\mathbf{Z}_i)^T S^T S d\phi_w(\mathbf{Z}_i)$ 代入式(24),即求解优化问题

$$\min_{w,S,\eta} \sum_{i=1}^T \exp \left( -2(d\phi_w(\mathbf{Z}_i)^T S^T S d\phi_w(\mathbf{Z}_i) - \eta) \left( l_i - \frac{1}{2} \right) \right) \quad (33)$$

获得参数 $w^*$ 、 $S^*$ 、 $\eta^*$ ;

(2) 固定参数 $w^*$ 、 $S^*$ ,调整参数 $\eta^*$ 使下列等式成立:

$$\sum_{i \in \{1 \leq i \leq T, l_i = 0\}} f_s \left( \mathcal{A} \left( d\phi_w^*(\mathbf{Z}_i)^T \mathbf{G}_0^* d\phi_w^*(\mathbf{Z}_i) - \eta^* \right) \right) = \alpha \quad (34)$$

其中, $\mathbf{G}_0^* = S^{*T} S^*$ .

对于第一阶段的优化问题式(33),可基于Pytorch库的自动求解梯度功能,利用Adam梯度下降方法求解.在第二阶段的 $\eta^*$ 求解中,由于式(34)左边关于 $\eta^*$ 单调递减,因此可用二分法求解参数 $\eta^*$ .根据参数 $w^*$ 、 $S^*$ 、 $\eta^*$ ,可得最终检测器的检测判决式

$$d\phi_w^*(\mathbf{Z})^T \mathbf{G}_0^* d\phi_w^*(\mathbf{Z}) \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \eta^* \quad (35)$$

## 4 实验结果与分析

本节将基于仿真数据与实测数据对比所提方法与几类常用典型方法的检测性能,以验证所提方法的有效性.在后续实验对比中,本文所提方法的特征与度量均通过先验数据优化所得,所考虑的对比方法一共包含三类:(1)信息几何方法:KL散度-矩阵信息几何检测器<sup>[10]</sup>、黎曼距离-矩阵信息几何检测器<sup>[17]</sup>、最大特征值-矩阵信息几何检测器<sup>[24]</sup>;(2)自适应检测方法:自适应匹配滤波(AMF)<sup>[2]</sup>;(3)机器学习方法:MLP<sup>[29]</sup>.所提方法的MLP模块以及对比方法MLP均包含6个隐含层,其中每层包含50个节点.上述三种作为对比的信息几何方法均采用协方差矩阵特征,且三种方法的检测统计量如下:

KL散度为

$$T_{\text{KL}}(\mathbf{C}_D, \mathbf{C}_1, \dots, \mathbf{C}_K) = \text{tr}(\mathbf{C}_D \bar{\mathbf{C}}_{\text{KL}}^{-1} - \mathbf{I}) - \ln |\mathbf{C}_D \bar{\mathbf{C}}_{\text{KL}}^{-1}| \quad (36)$$

黎曼距离为

$$T_{\text{RD}}(\mathbf{C}_D, \mathbf{C}_1, \dots, \mathbf{C}_K) = \left\| \log \left( \mathbf{C}_D^{-\frac{1}{2}} \bar{\mathbf{C}}_{\text{RD}} \mathbf{C}_D^{-\frac{1}{2}} \right) \right\|_F \quad (37)$$

最大特征值为

$$T_{\text{ME}}(\mathbf{C}_D, \mathbf{C}_1, \dots, \mathbf{C}_K) = \frac{K \lambda_{\max}(\mathbf{C}_D)}{\sum_{k=1}^K \lambda_{\max}(\mathbf{C}_k)} \quad (38)$$

其中, $\mathbf{C}_D$ 为待检测单元数据的协方差矩阵; $\mathbf{C}_1, \mathbf{C}_2, \dots, \mathbf{C}_K$ 为 $K$ 个参考单元数据的协方差矩阵; $\bar{\mathbf{C}}_{\text{KL}}^{-1}$ 与 $\bar{\mathbf{C}}_{\text{RD}}^{-1}$ 分别为KL散度与黎曼距离下 $\mathbf{C}_1, \mathbf{C}_2, \dots, \mathbf{C}_K$ 的几何中心(具体可查阅文献<sup>[17, 24]</sup>); $\lambda_{\max}(\mathbf{C})$ 表示矩阵 $\mathbf{C}$ 的最大特征值.

实验参数设置如下:虚警概率为 $10^{-3}$ ,参考单元数为10,相参处理单元包含脉冲数为15,导向矢量归一化多普勒为0.35.

### 4.1 仿真数据实验

本节实验主要基于仿真高斯杂波与K分布杂波

(形状参数为 1, 尺度参数为 2) 对所提方法性能进行验证. 所提方法与 MLP 中的参数均使用  $1.6 \times 10^5$  组  $\mathcal{H}_1$  数据与  $1.6 \times 10^5$  组  $\mathcal{H}_0$  数据优化求得, 其中  $\mathcal{H}_1$  数据为  $\mathcal{H}_0$  数据添加如式(2)所示的目标回波  $\alpha p$  获得,  $\alpha$  为随机生成的正实数, 其所对应的信杂比(单位为 dB)为区间  $[-10, 0]$  上的均匀分布.

在高斯杂波条件下, 当 SCR = -5 dB 时, 联合优化所得特征、原始数据以及协方差矩阵分布通过 tSNE

算法可视化结果如图 3 所示, 图中的横纵坐标  $x$ 、 $y$  分别表示通过 tSNE 算法处理所得降维特征的维度一与维度二. K 分布杂波结果如图 4 所示. 由图中结果可知, 在低信杂比条件下, 原始数据和协方差矩阵特征的目标与杂波数据混淆在一起, 不能较好区分. 而联合优化所得特征相较于原始数据以及协方差矩阵分离性更好, 由此可推断所提方法可取得良好的检测性能.

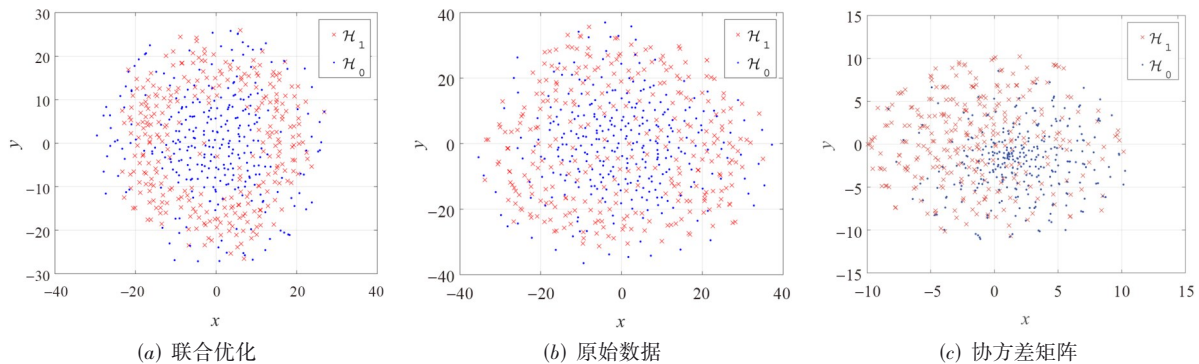


图 3 高斯杂波下特征分布

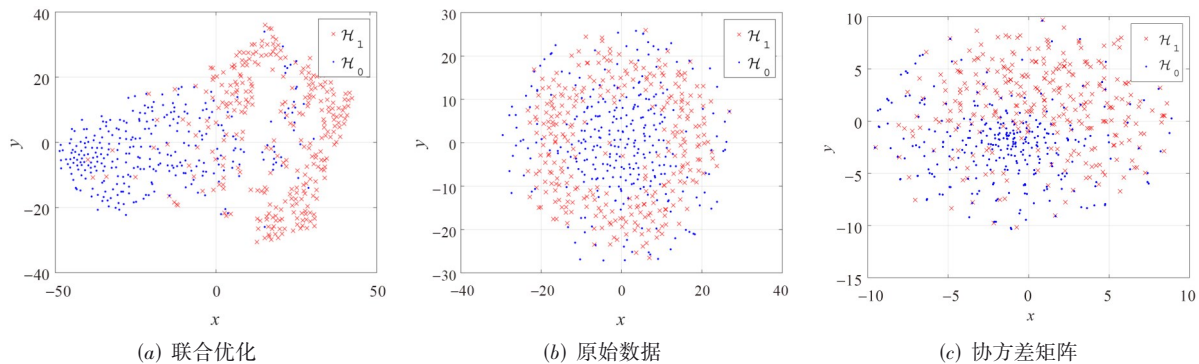


图 4 K 分布杂波下特征分布

通过  $10^4$  次蒙特卡洛仿真并设定导向矢量的归一化多普勒频率为 0.35, 所提方法以及对比方法的检测性能曲线图如图 5 所示. 从图中可以看出, 所提方法具有最优的检测性能.

## 4.2 实测数据实验

为进一步验证所提方法的有效性, 本节利用公开的 IPIX 雷达数据进行性能对比实验. 该数据均使用载频为 9.39 GHz 的雷达采集所得, 其余数据文件信息如表 1 所示.

由于 IPIX 数据中无目标信息, 如式(2)所示的目标回波将添加到第 15 个距离单元中. 此外, 在 3 个数据文件中, 第 15 个距离单元前 10 000 个脉冲数据在添加目标前的功率谱如图 6 所示. 从图中可以看出, 数据#1 与数据#2 的杂波功率谱在归一化多普勒频率  $f_d =$

$\pm 0.13$  处存在两个谱峰(对应速度为 2.1 m/s)、在零频处存在一根谱线; 数据#3 功率谱分布较为均匀、无明显谱峰. 因此, 可以预测: 当目标回波的归一化多普勒频率与 0.13 接近时, 数据#1 与数据#2 中的目标回波与杂波具有相似的频谱, 检测方法将较难分辨目标与杂波. 在数据#3 中, 由于杂波功率谱分布较为均匀, 目标回波的归一化多普勒频率变化将对检测方法的性能影响较小.

用以优化所提方法与 MLP 参数的训练数据均为第 10 001 至第 18 014 脉冲生成. 该实测海杂波数据脉冲重复频率为 1 000 Hz, 因此该 8 014 个纯背景脉冲数据的采集时间约为 8 s, 具有一定的实际参考意义. 利用前 10 000 个脉冲进行检测性能统计, 当目标回波归一化多普勒分别为  $f_d = 0.1$  与  $f_d = 0.35$  时(对应的目标速度

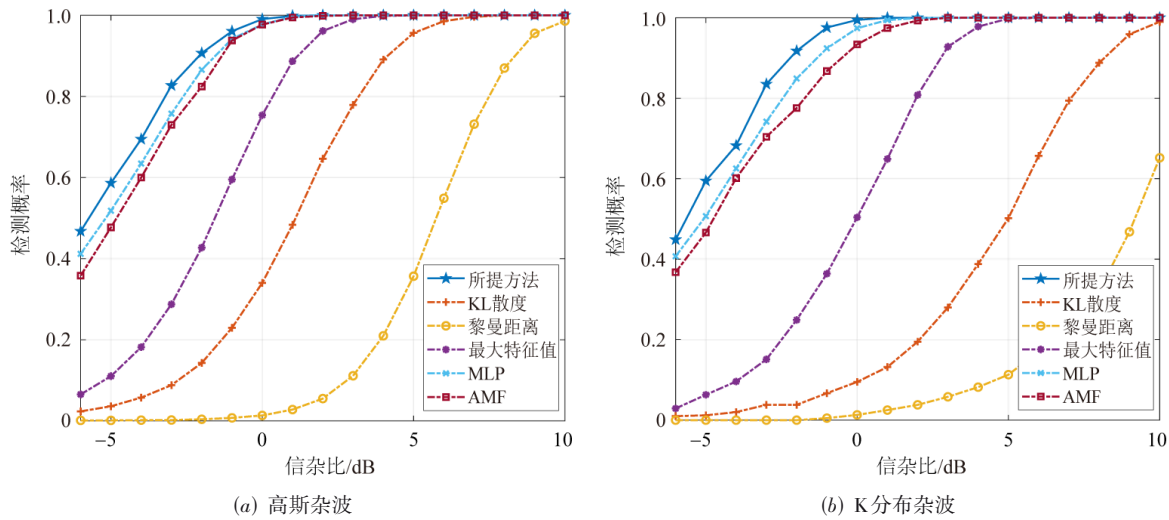


图5 检测性能曲线

表1 IPIX 数据文件信息

参数	文件名	距离单元数	脉冲重复频率/Hz
数据文件#1	19980205_170935_ANTSTEP.CDF	28	1 000
数据文件#2	19980205_171203_ANTSTEP.CDF	28	1 000
数据文件#3	19980205_185111_ANTSTEP.CDF	27	1 000

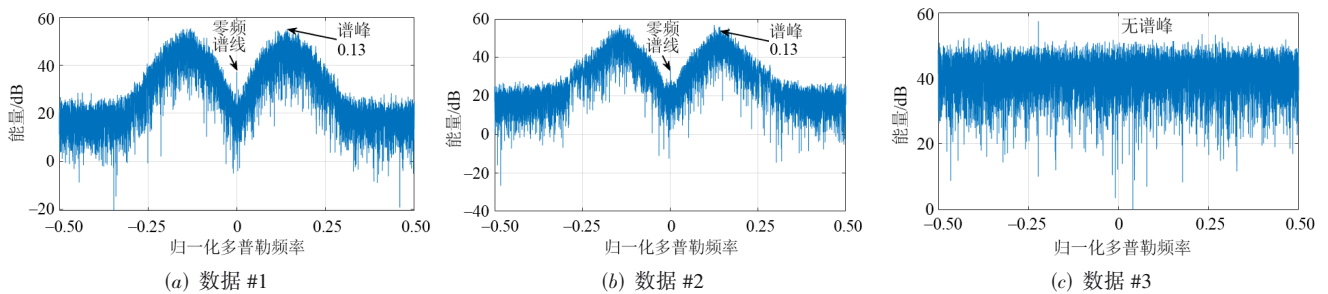


图6 IPIX 数据功率谱

分别为 1.6 m/s 和 5.6 m/s), 3 个数据文件的检测性能曲线如图 7、图 8、图 9 所示. 由该实验结果可知, 所提方法的检测性能在 3 个数据文件的  $f_d=0.1$  和 0.35 两种情形下均为最优, MLP 方法具有次优的检测性能. 相较于 MLP 的参数优化, 所提方法在信息几何检测器的基础上进行特征与度量的联合优化. 其利用了特征流形的差异度量优势, 因此取得了更优的检测性能.

通过比较所提方法与对比方法在  $f_d=0.1$  和 0.35 的检测性能可知, 当目标多普勒频率与杂波谱峰相隔较近时, 所提方法相较于对比方法的性能提升更为明显. 为进一步验证所提方法的检测性能, 图 10 给出了当 SCR=0 dB 时所提方法与对比方法在不同目标多普勒频率下的检测概率. 由图中结果可知, 在数据#1 与数据#2 中,

当目标多普勒频率与杂波谱峰或零频的谱线接近时, 除最大特征值外的检测方法性能均有所下降, 但最大特征值在所有目标多普勒频率下的检测性能均劣于所提方法. 由于协方差矩阵特征值与功率谱之间存在渐进关系<sup>[30]</sup>, 最大特征值方法的检测统计量与待检测单元样本数据的最大谱峰值相关性较强. 因此, 在低信杂比条件下, 其检测统计量主要与杂波谱峰值相关, 这也是最大特征值方法在目标多普勒处于杂波零频谱线以及谱峰位置处性能较好的原因. 在此之中, 所提方法的检测性能损失最小, 相较于其他方法的性能提升较大. 因此, 当目标多普勒接近杂波谱峰时, 所提方法的性能优势较大.

为进一步验证所提方法的检测性能, 选用如表 2 所示的实测海杂波数据对所提方法进行验证. 该数据包

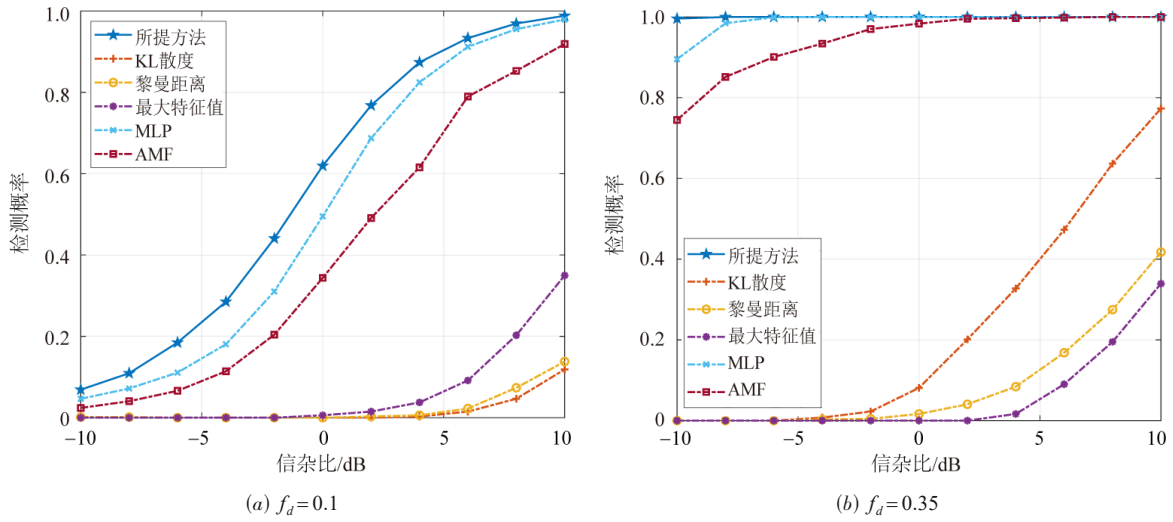


图7 数据#1检测性能曲线

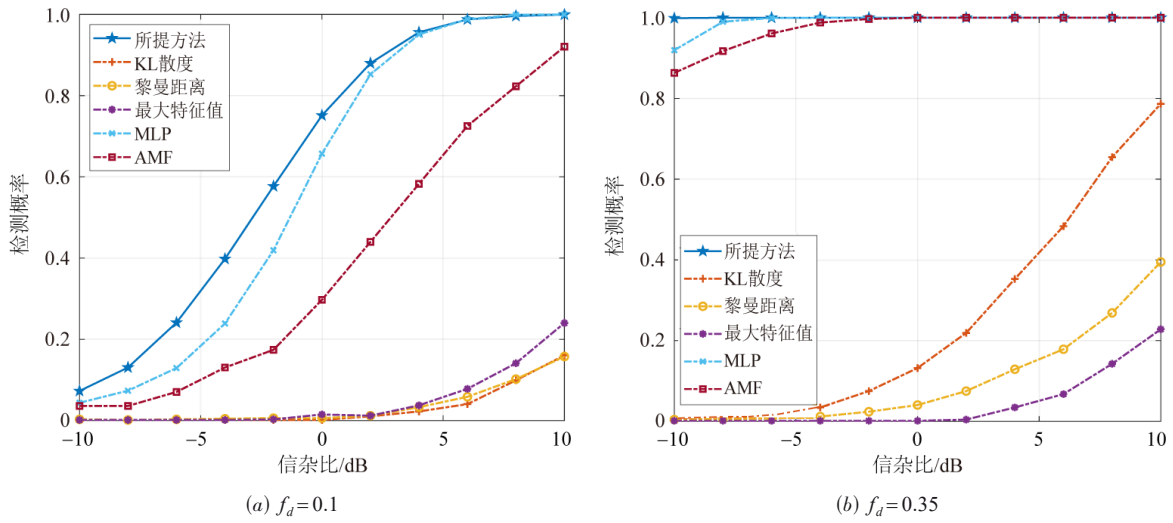


图8 数据#2检测性能曲线

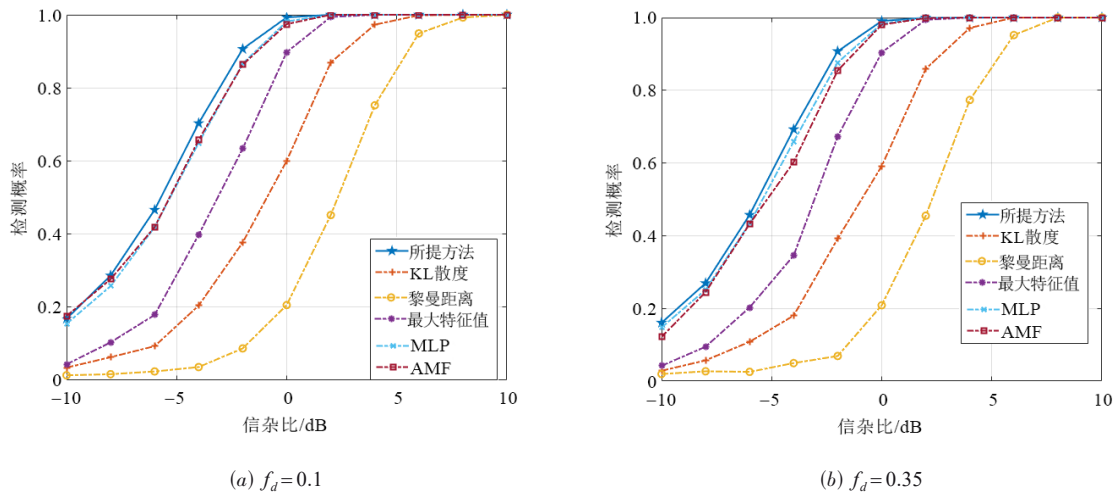


图9 数据#3检测性能曲线

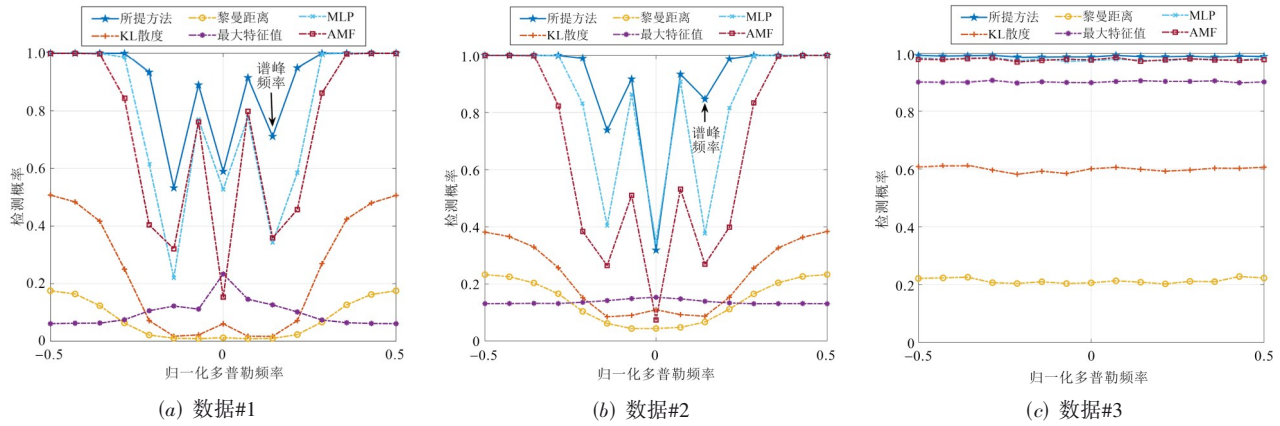


图10 检测概率关于目标多普勒频率变化曲线

表2 IPIX 数据文件信息

参数	文件名	距离单元数	脉冲重复频率/Hz	目标距离单元
数据文件#4	19931111_163625_starea.CDF	14	1 000	8~9

含真实目标,位于第8至第9距离单元、Doppler频率在零频附近.用以优化所提方法与MLP参数的训练数据均为第10 001至第18 014脉冲中1至6、11至14距离单元的纯杂波数据生成.该海杂波数据第8距离单元的前10 000个脉冲数据功率谱如图11(a)所示,所提方法

与对比方法的接收机(ROC)性能曲线如图11(b)所示.从图中可以看出,所提方法相较于其他方法的性能提升明显,在虚警率为 $10^{-3}$ 时检测概率相较于对比方法的提升超过50%.该结果再一次验证所提方法在目标与杂波频域混叠时,具有较大性能优势.

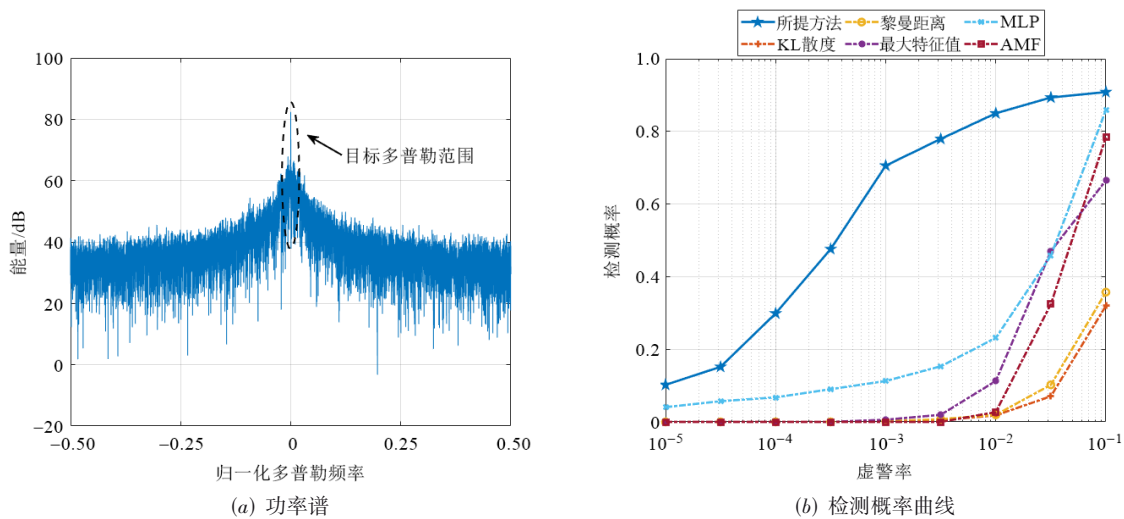


图11 实测数据功率谱与检测概率曲线

### 5 结束语

本文基于信息几何检测器框架,提出了特征与度量联合优化方法,以提高不同杂波环境下的特征显著性,并解决所得特征与度量间的适配性问题.基于NP准则,将特征与度量联合优化建模为约束优化问题,并利用局部平坦假设与MLP将度量与特征的优化转换为

参数性优化问题,最后提出双阶段优化方法将约束优化问题转换为无约束优化问题,并使用梯度下降类方法进行数值求解.基于仿真数据与实测数据的实验结果可知:本文所提方法的检测性能优于几类典型检测方法,且该方法在目标多普勒接近杂波谱峰时具有较大优势.

## 参考文献

- [1] KELLY E J. An adaptive detection algorithm[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1986, AES-22(2): 115-127.
- [2] LIU W J, LIU J, HAO C P, et al. Multichannel adaptive signal detection: Basic theory and literature review[J]. Science China Information Sciences, 2022, 65(2): 1-40.
- [3] DE MAIO A, PALLOTTA L, LI J, et al. Loading factor estimation under affine constraints on the covariance eigenvalues with application to radar target detection[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2019, 55(3): 1269-1283.
- [4] AUBRY A, DE MAIO A, PALLOTTA L, et al. Radar detection of distributed targets in homogeneous interference whose inverse covariance structure is defined via unitary invariant functions[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2013, 61(20): 4949-4961.
- [5] CONTE E, LOPS M, RICCI G. Adaptive matched filter detection in spherically invariant noise[J]. IEEE Signal Processing Letters, 1996, 3(8): 248-250.
- [6] RONG Y, AUBRY A, DE MAIO A, et al. Adaptive radar detection in low-rank heterogeneous clutter via invariance theory[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2021, 69: 1492-1506.
- [7] 孙华飞, 彭林玉, 张真宁. 信息几何及其应用[J]. 数学进展, 2011, 40(3): 257-269.  
SUN H F, PENG L Y, ZHANG Z N. Information geometry and its applications[J]. Advances in Mathematics, 2011, 40(3): 257-269. (in Chinese)
- [8] 黎湘, 程永强, 王宏强, 等. 信息几何理论与应用研究进展[J]. 中国科学: 信息科学, 2013, 43(6): 707-732.  
LI X, CHENG Y Q, WANG H Q, et al. Progress in theory and applications of information geometry[J]. Scientia Sinica (Informationis), 2013, 43(6): 707-732. (in Chinese)
- [9] AMARI S I. Information Geometry and Its Applications[M]. Tokyo: Springer Japan, 2016.
- [10] 程永强. 雷达信号处理的信息理论与几何方法研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2012.  
CHENG Y Q. Information Theory and Geometric Methods of Radar Signal Processing[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2012. (in Chinese)
- [11] 华小强. 基于矩阵信息几何的雷达目标检测方法研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2018.  
HUA X Q. Research on Radar Target Detection Method Based on Matrix Information Geometry[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2018. (in Chinese)
- [12] 陈茜茜. 基于矩阵信息几何的机载雷达杂波抑制方法研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2022.  
CHEN X X. Matrix Information Geometry Based Clutter Suppression Method for Airborne Radar[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2022. (in Chinese)
- [13] CHENG Y Q, HUA X Q, WANG H Q, et al. The geometry of signal detection with applications to radar signal processing[J]. Entropy, 2016, 18(11): 381.
- [14] CHEN X X, CHENG Y Q, WU H, et al. Heterogeneous clutter suppression via affine transformation on Riemannian manifold of HPD matrices[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2022, 60: 1-13.
- [15] WU H, CHENG Y Q, CHEN X X, et al. Geodesic normal coordinate-based manifold filtering for target detection[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2022, 60: 1-15.
- [16] YANG Z, CHENG Y Q, WU H, et al. Enhanced matrix CFAR detection with dimensionality reduction of Riemannian manifold[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2020, 27: 2084-2088.
- [17] ARNAUDON M, BARBARESCO F, YANG L. Riemannian medians and means with applications to radar signal processing[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2013, 7(4): 595-604.
- [18] HUA X Q, CHENG Y Q, WANG H Q, et al. Geometric means and medians with applications to target detection[J]. IET Signal Processing, 2017, 11(6): 711-720.
- [19] HUA X Q, CHENG Y Q, WANG H Q, et al. Robust covariance estimators based on information divergences and Riemannian manifold[J]. Entropy, 2018, 20(4): 219.
- [20] HUA X Q, CHENG Y Q, WANG H Q, et al. Matrix CFAR detectors based on symmetrized Kullback-Leibler and total Kullback-Leibler divergences[J]. Digital Signal Processing, 2017, 69: 106-116.
- [21] 华小强, 程永强, 王宏强, 等. 矩阵信息几何中值检测器[J]. 电子学报, 2022, 50(2): 284-294.  
HUA X Q, CHENG Y Q, WANG H Q, et al. Matrix information geometric median detectors[J]. Acta Electronica Sinica, 2022, 50(2): 284-294. (in Chinese)
- [22] HUA X Q, ONO Y, PENG L Y, et al. Target detection within nonhomogeneous clutter via total bregman divergence-based matrix information geometry detectors[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2021, 69: 4326-4340.
- [23] HUA X Q, PENG L Y. MIG Median detectors with manifold filter[J]. Signal Processing, 2021, 188: 108176.
- [24] ZHAO W J, LIU C, LIU W L, et al. Maximum eigenvalue-based target detection for the K-distributed clutter en-

- vironment[J]. IET Radar, Sonar & Navigation, 2018, 12 (11): 1294-1306.
- [25] ZHAO W J, LIU W L, JIN M L. Spectral norm based mean matrix estimation and its application to radar target CFAR detection[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2019, 67(22): 5746-5760.
- [26] IOFFE S, SZEGEDY C. Batch normalization: Accelerating deep network training by reducing internal covariate shift[EB/OL]. (2015-03-02) [2022-11-01]. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1502.03167>
- [27] KŮRKOVÁ V. Kolmogorov's theorem and multilayer neural networks[J]. Neural Networks, 1992, 5(3): 501-506.
- [28] JARABO-AMORES M P, ROSA-ZURERA M, GIL-PI-TA R, et al. Study of two error functions to approximate the Neyman-Pearson detector using supervised learning machines[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 57(11): 4175-4181.
- [29] ROHMAN B P A, KURNIAWAN D, MIFTAHUSHUDUR M T. Switching CA/OS CFAR using neural network for radar target detection in non-homogeneous environment[C]//2015 International Electronics Symposium (IES). Piscataway: IEEE, 2016: 280-283.
- [30] WU H, CHENG Y Q, CHEN X X, et al. Dual power spectrum manifold and toeplitz HPD manifold: Enhancement and analysis for matrix CFAR detection[EB/OL]. (2022-06-24)[2022-11-01]. <https://arxiv.org/abs/2206.12060>

### 作者简介



吴昊 男,1995年出生,湖南长沙人. 国防科技大学电子科学学院助理研究员. 主要研究方向为统计信号处理和信息几何.



程永强 男,1982年出生,河北张家口人. 国防科技大学电子科学学院教授. 主要研究方向为统计信号处理、信息几何和雷达前视成像. E-mail: cyq101600@126.com



杨政 男,1996年出生,四川泸州人. 国防科技大学电子科学学院博士研究生. 主要研究方向为统计信号处理和信息几何.



王宏强 男,1970年出生,陕西宝鸡人. 国防科技大学电子科学学院研究员. 主要研究方向为太赫兹技术、量子雷达和雷达目标特性.



黎湘 男,1967年出生,湖南浏阳人. 中国科学院院士,国防科技大学电子科学学院教授. 主要研究方向为目标识别、信号检测和雷达成像.